

# 채 교수의 규ing 특강

한국과학기술원 산업공학과 확률모형 연구실

(재학생) 최대원, 이승원, 이상민, 김성진, 고혜선, 임대은, 이수현  
(졸업생) 장영훈, 김태성, 안창원, 김영진, 박성준, 양원석, 박연일, 김길환, 김남기,  
윤봉규, 박현민, 김진동, 장석호, 성기원, 조준, 유준기, 이태경, 여모세,  
김수연

발행일 : 2004년 5월 1일

등록번호 : 한국과학기술원 산업공학과 Technical Report #04-2004-01

Copyright © 확률모형 연구실 (이 책은 <http://OSL7.kaist.ac.kr>에서 다운로드 할 수 있으며, 비매품 용도의 복사 및 인쇄는 무방함)

## 머리말

저희 확률모형 연구실의 지도교수이신 채경철 교수님은 큐잉 과목을 10년째 강의하고 계십니다. 그러나, 큐잉 과목을 수강한 학생을 대상으로 하는 큐잉 특강은 아직 안 하셨는데, 앞으로 하신다면 이 책이 (부)교재로 사용될 수 있을 것입니다.

이 책에는 기존에 알려진 결과에 대한 새로운 해법 및 해석 뿐만 아니라 저희 연구실에서 처음으로 밝혀낸 결과도 상당량 수록되어 있습니다.

참고문헌은 인용되는 순서로 (해당 section 과 책의 끝부분에) 수록합니다. 이는 추후에 새 chapter를 추가하기 쉽게 하기 위해서입니다.

특기할 사항은 이 책에 수록된 연구결과를 얻는 과정에서 상당부분 이호우 교수님의 지도를 받았다는 점입니다. 참고로, 이교수님은 네 차례나 ('93, '94, '95, '99) 여름학기에 큐잉 특강을 해 주셨습니다. 아울러, 2001년에 큐잉 특강을 해 주시고 논문지도도 해 주신 M.L. Chaudhry 교수님께도 감사드립니다.

이 책을 채교수님의 부모님이신 채문식 님과 고 김성숙 님께 헌정합니다.

2004년 5월  
KAIST 확률모형 연구실 일동

## 7장과 8장을 추가합니다.

아울러, 기존 문헌([11]-[68])에 대한 변동 사항을 추가합니다.

재학생/졸업생 변동 사항은 다음과 같습니다.

2004년 5월 당시의 재학생 7명 중에서 박사과정에 진학한 임대은 군을 제외한 6명은 졸업하였고, 석사과정 졸업생 김길환, 박현민 2명이 박사과정 재학생이 되었습니다. 추가로 서가이, 이성희, 강민호, 하윤정, 권시중 5명이 석사과정을 졸업하였고, 이두호, 김우성, 김보근 3명이 재학생이 되었습니다.

2008년 9월  
KAIST 확률모형 연구실 일동

# 목 차

제 1 장 흡수 MC (absorbing Markov chain) 관련 .....	1
§1.1 서론 .....	1
§1.2 흡수 MC 를 이용한 '휴가형 GI/M/1' 분석 .....	2
1.2.1 GI/M/1 모형의 EMC(embedded Markov chain).....	2
1.2.2 GI/M/1 EMC 와 관련된 흡수 MC.....	2
1.2.3 $r$ 과 $C_n$ 에 대한 설명 .....	3
1.2.4 $(\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}$ 의 의미 .....	4
1.2.5 $N$ -정책 하의 GI/M/1 EMC.....	6
1.2.6 Remarks.....	9
1.2.7 GI/M/1/EMV(exponential multiple vacations) .....	10
§1.3 흡수 MC 를 이용한 M/G/1/K 바쁜기간 분석 .....	14
§1.4 Reversed 흡수 MC.....	19
제 2 장 ATA (arrival time approach) .....	21
§2.1 서론 .....	21
§2.2 일반휴가형 모형 .....	23
§2.3 일반휴가형 M/G/1 모형에 대한 ATA .....	25
§2.4 ATA 의 활용 .....	30
§2.5 X 방법 .....	33

제 3 장 MICA (microscopic analysis).....	37
§3.1 서론.....	37
§3.2 미시적( microscopic) Little's 법칙 .....	38
3.2.1 M/G/1 모형에 대한 미시적 Little's 법칙 .....	38
3.2.2 GI/G/1/K 모형에 대한 미시적 Little's 법칙 .....	41
§3.3 식 (3.2.12)와 (3.2.13)에 대한 해석 .....	44
§3.4 수정부가변수법.....	48
3.4.1 수정부가변수법 .....	48
3.4.2 M/G/1 모형을 수정부가변수법으로 .....	56
3.4.3 GI/G/1/K 모형을 수정부가변수법으로.....	57
§3.5 후속답 및 활용법 .....	62
제 4 장 GI/G/c/K 모형에 대해서 알려진 것 .....	64
§4.1 서론.....	64
§4.2 GI/G/c/K 고객수분포 방정식 .....	65
§4.3 GI/G/c/K 고객수분포 및 근사식 .....	69
§4.4 M/G/c/K 고객수분포 .....	72
§4.5 GI/M/c/K 고객수분포 .....	76
제 5 장 Duality .....	78
§5.1 서론.....	78
§5.2 M/M/c/c 관련 Duality.....	79

§5.3 M/G/c/c 관련 Duality.....	82
§5.4 GI/M/c/c 관련 Duality .....	83
§5.5 M/G/1/K 관련 Duality .....	84
§5.6 일반휴가형 M/G/1/K 관련 .....	85
제 6 장 재생이론과 LCT (level crossing technique) .....	87
§6.1 서론 .....	87
§6.2 재생이론과 재생방정식 .....	89
§6.3 LCT .....	99
6.3.1 M/G/1 모형의 UW 분석.....	99
6.3.2 LCT 의 정체 .....	105
§6.4 일반휴가형 M/G/1 모형의 UW 분석 .....	108
§6.5 Finite Dam under D-policy .....	112
§6.6 LCT 용도의 확장 .....	117
제 7 장 GI/M/1 바쁜기간과 분해속성 .....	125
§7.1 서론 .....	125
§7.2 GI/M/1(/EMV) 바쁜기간 .....	126
7.2.1 GI/M/1 모형의 바쁜기간 분석 .....	126
7.2.2 GI/M/1/EMV 모형의 바쁜기간 분석 .....	130
7.2.3 토의 및 참고문헌 소개 .....	133
§7.3 GI/M/1/ESV 분해속성 .....	135
7.3.1 도착시점 고객수분포 .....	135

7.3.2 토의 및 참고문헌 소개 .....	140
7.3.3 임의시점 고객수분포 .....	141
7.3.4 체류시간 분해속성 .....	143
7.3.5 고객수 분해속성 .....	144
제 8 장 이산시간 큐잉 모형 .....	146
§8.1 서론 .....	146
§8.2 Geo/G/1 모형 .....	151
8.2.1 가정 .....	151
8.2.2 임의시점 고객수분포 .....	152
8.2.3 LAS 하의 BASTA .....	156
8.2.4 이탈시점 고객수분포 .....	157
8.2.5 체류시간 분포 (FIFO) .....	159
8.2.6 바쁜기간의 길이 .....	160
§8.3 Geo/Geo/1 모형 .....	162
8.3.1 임의시점 고객수분포 .....	162
8.3.2 Geo/Geo/1/K 모형과 Geo/Geo/2 모형 .....	164
8.3.3 Geo/Geo/1/NC 모형 .....	166
8.3.4 Geo/Geo/1/GMV 모형 .....	168
§8.4 휴가형 Geo <sup>X</sup> /G/1 under LAS .....	172
8.4.1 휴가형 Geo/G/1 under LAS .....	172
8.4.2 Geo <sup>X</sup> /G/1 under LAS .....	176
8.4.3 휴가형 Geo <sup>X</sup> /G/1 under LAS .....	178

8.4.4 휴리스틱 방법으로 $E[W_Q]$ 구하기.....	181
<b>§8.5 GI/Geo/1 모형 .....</b>	<b>187</b>
8.5.1 가정 및 서론.....	187
8.5.2 GI/Geo/1 under EAS .....	188
8.5.3 GI/Geo/1 under LAS .....	190
8.5.4 $\Pi_n^A$ 와 $P_n$ 관계.....	192
8.5.5 GI/Geo/1 바쁜기간.....	197
<b>§8.6 GI/Geo/1/GMV 모형 .....</b>	<b>203</b>
8.6.1 도착시점 고객수 under LAS .....	203
8.6.2 FIFO 체류시간 .....	208
8.6.3 임의시점 고객수.....	209
8.6.4 토의 및 문현.....	213
<b>§8.7 GI/Geo/1/NC 모형 .....</b>	<b>214</b>
8.7.1 도착시점 고객수.....	214
8.7.2 임의시점 고객수.....	215
8.7.3 FCFS 체류시간 .....	220
<b>§8.8 이산시간 결과로 연속시간 결과 얻기 .....</b>	<b>227</b>
8.8.1 Geo/G/1 모형 .....	227
8.8.2 GI/Geo/1 모형 .....	228
8.8.3 GI/Geo/1/NC 모형 .....	229
<b>§8.9 GI/Geo/1 모형의 <math>P_n</math> 구하는 일반적인 방법 .....</b>	<b>231</b>
<b>참고 문헌 .....</b>	<b>238</b>